


APOSTILA

CURSO PREPARATÓRIO



eutenhofoco.com.br

Prof.^a MARIA EDUARDA BERRO

 dudaberro



DESDE 2011
Transformando sonhos
em realidade!



POTENCIAÇÃO E RADICIAÇÃO

POTENCIAÇÃO - Indica multiplicações de fatores iguais.

a^n , onde a é o fator que se repete e n o número de fatores.

- a é a base
- n é o expoente

Exemplos:

a) $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$

b) $\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$

LEMBRE-SE QUE:

- Todo número natural elevado à potência 1 tem como resultado ele mesmo, por exemplo, $6^1 = 6$.
- Todo número natural não nulo quando elevado a zero tem como resultado 1, por exemplo, $4^0 = 1$.
- Todo número negativo elevado a um expoente par tem resultado positivo, por exemplo, $(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = 9$.
- Todo número negativo elevado a um expoente ímpar tem resultado negativo, por exemplo, $(-3)^3 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -27$.

PROPRIEDADES DA POTÊNCIAÇÃO

1. Produto de potências de mesma base:

$$a^m \cdot a^n = a^{3+2} = a^5$$
$$4^3 \cdot 4^2 = 4^{3+2} = 4^5$$

2. Divisão de potências de mesma base:

$$z^m \div z^n = z^{m-n}$$
$$8^5 \div 8^2 = 8^{5-2} = 8^3$$
$$8^5 \div 8^{-2} = 8^{5-(-2)} = 8^7$$

3. Potência de potência:

$$(b^m)^n = b^{m \cdot n}$$

$$(3^4)^2 = 3^{4 \cdot 2} = 3^8$$

$$(5^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{5}} = 5^{\frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 5}} = 5^{\frac{2}{5}}$$

4. Distributiva em relação à multiplicação:

$$(l \cdot g)^n = l^n \cdot g^n$$

$$(2 \cdot 7)^4 = 2^4 \cdot 7^4$$

5. Distributiva em relação à divisão:

$$(d \div e)^t = d^t \div e^t$$

$$(3 \div 5)^3 = 3^3 \div 5^3$$

RADICIAÇÃO – Operação inversa da potenciação.

$\sqrt[n]{a}$, onde n é denominado de índice e a é chamado de radicando.

$$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$$

Exemplos:

- a) $\sqrt{4} = 2$, pois $2^2 = 4$.
 b) $\sqrt[3]{8} = 2$, pois $2^3 = 8$.

PROPRIEDADES DA RADICIAÇÃO

1. A raiz enésima de um número a elevado a n é igual ao próprio número a .

$$\sqrt[n]{a^n} = a$$

$$\sqrt[3]{2^3} = 2$$

2. A raiz enésima do produto é igual ao produto de duas raízes enésimas.

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[3]{2 \cdot 5} = \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{5}$$

3. A raiz enésima de uma divisão é igual ao quociente entre duas raízes enésimas.

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

$$\sqrt[2]{\frac{5}{6}} = \frac{\sqrt[2]{5}}{\sqrt[2]{6}}$$

4. Raiz de raiz.

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$$

$$\sqrt[3]{\sqrt[2]{30}} = \sqrt[3 \cdot 2]{30} = \sqrt[6]{30}$$

5. A raiz enésima pode ser transformada em uma potência com expoente racional.

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$$\sqrt[3]{4^2} = 4^{\frac{2}{3}}$$

Operações básicas com radicais

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

- a) $\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$
 b) $\sqrt{2} + \sqrt[4]{2} - 5\sqrt[4]{2} = \sqrt{2} - 4\sqrt[4]{2}$
 c) $3\sqrt{2} + 7 - 5\sqrt{2} - 4 = -2\sqrt{2} + 3$

MULTIPLICAÇÃO

- a) $\sqrt{16} \cdot \sqrt[3]{-8} = 4 \cdot (-2) = -8$
 b) $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{3 \cdot 5} = \sqrt[3]{15}$
 c) $\sqrt{xy} \cdot \sqrt{x^3} \cdot \sqrt{y} = \sqrt{x^4 \cdot y^2} = \sqrt{x^2 x^2 y^2} = x^2 y$
 d) $\sqrt{3} \cdot \sqrt[4]{2} = 3^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{4}} = 3^{\frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 2}} \cdot 2^{\frac{1}{4}} = 3^{\frac{2}{4}} \cdot 2^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{3^2} \cdot \sqrt[4]{2} = \sqrt[4]{3^2 \cdot 2} = \sqrt[4]{18}$

DIVISÃO

- a) $\sqrt{81} \div \sqrt[3]{27} = 9 \div 3 = 3$
 b) $\sqrt{x^3} \div \sqrt{xy} = \frac{\sqrt{x^3}}{\sqrt{xy}} = \sqrt{\frac{x^3}{xy}} = \sqrt{\frac{x^2}{y}} = \frac{x}{\sqrt{y}} = \frac{x\sqrt{y}}{y}$
 c) $\sqrt{2} \div \sqrt[3]{2} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{2^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{1}{3}}} = 2^{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{2}$

RACIONALIZAÇÃO

- a) $\frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$
 b) $\frac{2}{\sqrt[3]{x}} = \frac{2}{\sqrt[3]{x}} \cdot \frac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{2\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^1 x^2}} = \frac{2\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^3}} = \frac{2\sqrt[3]{x^2}}{x}$
 c) $\frac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} \cdot \frac{(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{(\sqrt{7}+\sqrt{3})} = \frac{2(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{7-3} = \frac{2(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{4} = \frac{(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{2}$

DECOMPOSIÇÃO

a) $\sqrt{2592} = \sqrt{2^5 3^4} = \sqrt{2^2 2^2 2^1 3^2 3^2} = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \sqrt{2} = 36\sqrt{2}$
 b) $\sqrt[3]{108} = \sqrt[3]{2^2 3^3} = 3\sqrt[3]{2^2}$

NOTAÇÃO CIENTÍFICA

Escrever números usando potência de 10.

$$a \cdot 10^b$$

Exemplos:

a) $3,4 \cdot 10^4 = 34000$

b) $3,4 \cdot 10^{-4} = 0,00034$

c) A massa de um elétron é de aproximadamente.
 $0,00000000000000000000000000911g = 9,11 \cdot 10^{-28}$

ATENÇÃO:

- O principal objetivo é “zerarmos” o expoente da base 10.
- Se precisarmos diminuir o expoente, correremos a vírgula para a direita. Como o exemplo a). Aumentando assim, o número em si.

Note que:

$$3,4 \cdot 10^4 = 34000 \cdot 10^0 = 34000 \cdot 1 = 34000$$

- Se precisarmos aumentar o expoente, correremos a vírgula para a esquerda. Como o exemplo b) e c). Diminuindo assim, o número em si.

Note que:

$$3,4 \cdot 10^{-4} = 0,00034 \cdot 10^0 = 0,00034 \cdot 1 = 0,00034$$

Operações com notação científica:

SOMA E SUBTRAÇÃO

a) $3,3 \cdot 10^8 + 4,8 \cdot 10^8 = (3,3 + 4,8)10^8 = 8,1 \cdot 10^8$

b) $5,2 \cdot 10^3 - 8 \cdot 10^2 + 0,2 \cdot 10^3 = 5,2 \cdot 10^3 - 0,8 \cdot 10^3 + 0,2 \cdot 10^3 = (5,2 - 0,8 + 0,2) \cdot 10^3 = 4,6 \cdot 10^3$

MULTIPLICAÇÃO

a) $1,4 \cdot 10^3 \cdot 3,1 \cdot 10^2 = (1,4 \cdot 3,1) \cdot 10^{3+2} = 4,34 \cdot 10^5$

b) $2,5 \cdot 10^{-8} \cdot 2,3 \cdot 10^6 = (2,5 \cdot 2,3) \cdot 10^{-8+6} = 5,75 \cdot 10^{-2}$

DIVISÃO

a) $9,42 \cdot 10^5 \div 1,2 \cdot 10^2 = (9,42 \div 1,2) \cdot 10^{5-2} = 7,85 \cdot 10^3$

b) $8,64 \cdot 10^{-3} \div 3,2 \cdot 10^6 = (8,64 \div 3,2) \cdot 10^{-3-6} = 2,7 \cdot 10^{-9}$

EXERCÍCIOS DE AULA

01) (ENEM – 2015) As exportações de soja no Brasil totalizaram 4,129 milhões em toneladas no mês de julho de 2012 e registraram um aumento em relação ao mês de julho de 2011, embora tenha havido uma baixa em relação ao mês de maio de 2012. A quantidade, em quilogramas, de soja exportada pelo Brasil no mês de julho de 2012 foi de:

- A) $4,129 \cdot 10^3$
- B) $4,129 \cdot 10^6$
- C) $4,129 \cdot 10^9$
- D) $4,129 \cdot 10^{12}$
- E) $4,129 \cdot 10^{15}$

02) (ENEM/2012) Dentre outros objetos de pesquisa, a Alometria estuda a relação entre medidas de diferentes partes do corpo humano. Por exemplo, segundo a Alometria, a área A da superfície corporal de uma pessoa relaciona-se com a sua massa m pela fórmula $A = k \cdot m^{\frac{2}{3}}$ em que k é uma constante positiva. Se no período que vai da infância até a maioridade de um indivíduo sua massa é multiplicada por 8, por quanto será multiplicada a área da superfície corporal?

- A) $\sqrt{16}$
- B) 4
- C) $\sqrt{24}$
- D) 8
- E) 64

03) (ENEM) O Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) é uma medida usada para classificar os países pelo seu grau de desenvolvimento. Para seu cálculo, são levados em consideração a expectativa de vida ao nascer, tempo de escolaridade e renda per capita, entre outros.

O menor valor deste índice é zero e o maior é um. Cinco países foram avaliados e obtiveram os seguintes índices de desenvolvimento humano: o primeiro país recebeu um valor x , o segundo \sqrt{x} , o terceiro $x^{\frac{1}{3}}$, o quarto x^2 e o último x^3 . Nenhum desses países zerou ou atingiu o índice máximo.

Qual desses países obteve o maior IDH?

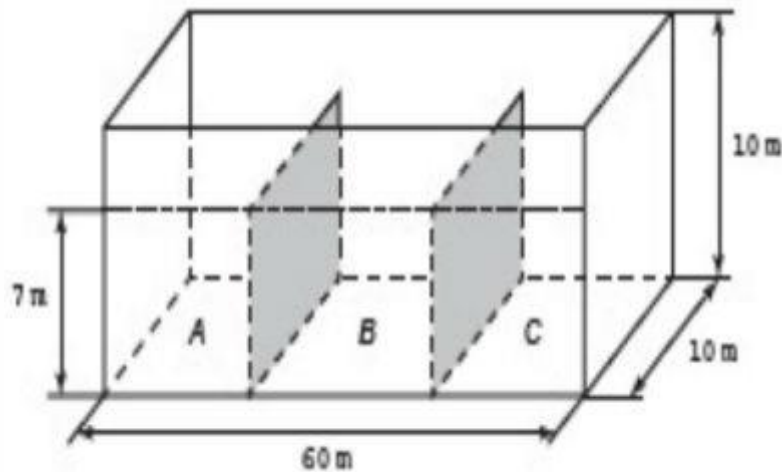
- A) O primeiro.
- B) O segundo.
- C) O terceiro.
- D) O quarto.
- E) O quinto.

GABARITO:

1 -	2 -	3 -
-----	-----	-----

EXERCÍCIOS DE REVISÃO

01) (ENEM – 2016) Um petroleiro possui reservatório em formato de um paralelepípedo retangular com as dimensões dadas por 60 m x 10 m de base e 10 m de altura. Com o objetivo de minimizar o impacto ambiental de um eventual vazamento, esse reservatório é subdividido em três compartimentos, A, B e C, de mesmo volume, por duas placas de aço retangulares com dimensões de 7 m de altura e 10 m de base, de modo que os compartimentos são interligados, conforme a figura. Assim, caso haja rompimento no casco do reservatório, apenas uma parte de sua carga vazará.



Suponha que ocorra um desastre quando o petroleiro se encontra com sua carga máxima: ele sofre um acidente que ocasiona um furo no fundo do compartimento C. Para fins de cálculo, considere desprezíveis as espessuras das placas divisorias.

Após o fim do vazamento, o volume de petróleo derramado terá sido de:

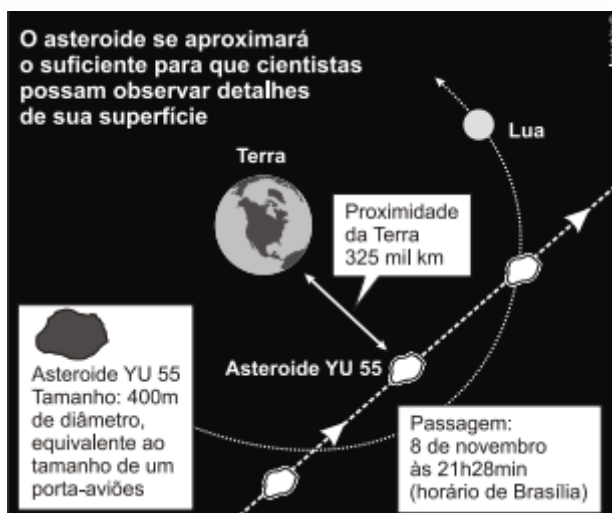
- A) $1,4 \cdot 10^3 m^3$
- B) $1,8 \cdot 10^3 m^3$
- C) $2,0 \cdot 10^3 m^3$
- D) $3,2 \cdot 10^3 m^3$
- E) $6,0 \cdot 10^3 m^3$

02) (ENEM – 2019) A gripe é uma infecção respiratória aguda de curta duração causada pelo vírus *influenza*. Ao entrar no nosso organismo pelo nariz esse vírus multiplica-se disseminando-se para a garganta e demais partes das vias respiratórias, incluindo os pulmões. O vírus *influenza* é uma partícula esférica que tem um diâmetro interno de 0,00011 mm.

Em notação científica, o diâmetro interno do vírus *influenza*, em mm é:

- A) $1,1 \cdot 10^{-1}$
- B) $1,1 \cdot 10^{-2}$
- C) $1,1 \cdot 10^{-3}$
- D) $1,1 \cdot 10^{-4}$
- E) $1,1 \cdot 10^{-5}$

03) (Enem) A Agência Espacial Norte Americana (NASA) informou que o asteroide YU 55 cruzou o espaço entre a Terra e a Lua no mês de novembro de 2011. A ilustração a seguir sugere que o asteroide percorreu sua trajetória no mesmo plano que contém a órbita descrita pela Lua em torno da Terra. Na figura, está indicada a proximidade do asteroide em relação à Terra, ou seja, a menor distância que ele passou da superfície terrestre.



Com base nessas informações, a menor distância que o asteroide YU 55 passou da superfície da Terra é igual a:

- A) $3,2 \cdot 10^2 km$
- B) $3,2 \cdot 10^3 km$
- C) $3,2 \cdot 10^4 km$
- D) $3,2 \cdot 10^5 km$
- E) $3,2 \cdot 10^6 km$

04) Os computadores operam com dados em formato binário (com dois valores possíveis apenas para cada dígito), utilizando potências de 2 para representar quantidades. Assim, tem-se, por exemplo: 1 kB = 210 Bytes, 1 MB = 210 kB e 1 GB = 210 MB, sendo que $210 = 1\ 024$. Nesse caso, tem-se que kB significa kilobyte, MB significa megabyte e GB significa gigabyte. Entretanto, a maioria dos fabricantes de discos rígidos, pendrives ou similares adotam preferencialmente o significado usual desses prefixos, em base 10. Assim, nos produtos desses fabricantes, $1GB = 103 MB = 106 kB = 109 Bytes$. Como a maioria dos programas de computadores utilizam as unidades baseadas em potências de 2, um disco informado pelo fabricante como sendo de 80 GB aparecerá aos usuários como possuindo, aproximadamente, 75 GB.

Um disco rígido está sendo vendido como possuindo 500 gigabytes, considerando unidades em potências de 10.

Qual dos valores está mais próximo do valor informado por um programa que utilize medidas baseadas em potência de 2?

- A) 500 GB
- B) 488 GB
- C) 533 GB
- D) 476 GB
- E) 468 GB

05) (ENEM 2016) A volemia (V) de um indivíduo é a quantidade total de sangue em seu sistema circulatório (coração, artérias, veias e capilares). Ela é útil quando se pretende estimar o número total (N) de hemácias de uma pessoa, a qual é obtida multiplicando-se a volemia (V) pela concentração (C) de hemácias no sangue, isto é, $N = V \cdot C$. Num adulto normal essa concentração é de 5200000 hemácias por mL de sangue, conduzindo a grandes valores de N . Uma maneira adequada de informar essas grandes quantidades é utilizar a notação científica, que consiste em expressar N na forma $N = Q \cdot 10^n$, sendo $1 \leq Q < 10$ e n um número inteiro. Considere um adulto normal, com volemia de 5000 mL.

Qual a quantidade total de hemácias desse adulto, em notação científica?

- A) $2,6 \cdot 10^{10}$
- B) $2,6 \cdot 10^9$
- C) $2,6 \cdot 10^{-9}$
- D) $2,6 \cdot 10^{-10}$
- E) $2,6 \cdot 10^{11}$

06) (ENEM/2017) Uma das principais provas de velocidade do atletismo é a prova dos 400 metros rasos. No Campeonato Mundial de Sevilha, em 1999, o atleta Michael Johnson venceu essa prova, com a marca de 43,18 segundos. Esse tempo, em segundo, escrito em notação científica é:

- A) $431,8 \cdot 10^{-1}$
- B) $43,18 \cdot 10^0$
- C) $4,318 \cdot 10^1$
- D) $0,4318 \cdot 10^2$
- E) $4318 \cdot 10^{-2}$

07) (ENEM/2017) Medir distâncias sempre foi uma necessidade da humanidade. Ao longo do tempo fez-se necessária a criação de unidades de medidas que pudessem representar tais distâncias, como, por exemplo, o metro. Uma unidade de comprimento pouco conhecida é a Unidade Astronômica (UA), utilizada para descrever, por exemplo, distâncias entre corpos celestes. Por definição, 1 UA equivale à distância entre a Terra e o Sol, que em notação científica é dada por $1,496 \cdot 10^2$ milhões de quilômetros. Na mesma forma de representação, 1 UA, em metro, equivale a:

- A) $1,496 \cdot 10^5 m$
- B) $1,496 \cdot 10^6 m$
- C) $1,496 \cdot 10^8 m$
- D) $1,496 \cdot 10^{11} m$
- E) $1,496 \cdot 10^{10} m$

08) A cor de uma estrela tem relação com a temperatura em sua superfície. Estrelas não muito quentes (cerca de 3 000 K) nos parecem avermelhadas. Já as estrelas amarelas, como o Sol, possuem temperatura em torno dos 6 000 K; as mais quentes são brancas ou azuis porque sua temperatura fica acima dos 10 000 K.

A tabela apresenta uma classificação espectral e outros dados para as estrelas dessas classes.

Estrelas da Sequência Principal

Classe Espectral	Temperatura	Luminosidade	Massa	Raio
O5	40 000	5×10^5	40	18
B0	28 000	2×10^4	18	7
A0	9 900	80	3	2,5
G2	5 770	1	1	1
M0	3 480	0,06	0,5	0,6

Temperatura em Kelvin.

Luminosidade, massa e raio, tomando o Sol como unidade.

Disponível em: <http://www.zenite.nu>. Acesso em: 1 maio 2010 (adaptado).

Se tomarmos uma estrela que tenha temperatura 5 vezes maior que a temperatura do Sol, qual será a ordem de grandeza de sua luminosidade?

- A) 20 000 vezes a luminosidade do Sol.
- B) 28 000 vezes a luminosidade do Sol.
- C) 28 850 vezes a luminosidade do Sol.
- D) 30 000 vezes a luminosidade do Sol.
- E) 50 000 vezes a luminosidade do Sol.

09) O Índice de Massa Corporal (IMC) é largamente utilizado há cerca de 200 anos, mas esse cálculo representa muito mais a corpulência que a adiposidade, uma vez que indivíduos musculosos e obesos podem apresentar o mesmo IMC. Uma nova pesquisa aponta o Índice de Adiposidade Corporal (IAC) como uma alternativa mais fidedigna para quantificar a gordura corporal, utilizando a medida do quadril e a altura. A figura mostra como calcular essas medidas, sabendo-se que, em mulheres, a adiposidade normal está entre 19% e 26%.

O velho IMC
(Índice de Massa Corporal)



$$\text{Índice de Massa Corporal} = \frac{\text{massa (kg)}}{\text{altura} \times \text{altura (m)}}$$

O novo IAC
(Índice de Adiposidade Corporal)



$$\% \text{ de Gordura Corporal} = \frac{\text{Circunferência do quadril (cm)}}{\text{Altura} \times \sqrt{\text{altura (m)}}} - 18$$

Disponível em: <http://www1.folha.uol.com.br>. Acesso em: 24 abr. 2011(adaptado).

Uma jovem com $IMC = 20 \text{ kg/m}^2$, 100 cm de circunferência dos quadris e 60 kg de massa corpórea resolveu averiguar seu IAC. Para se enquadrar aos níveis de normalidade de gordura corporal, a atitude adequada que essa jovem deve ter diante da nova medida é:

Use $\sqrt{3} = 1,7$ e $\sqrt{1,7} = 1,3$

- A) reduzir seu excesso de gordura em cerca de 1%.
- B) reduzir seu excesso de gordura em cerca de 27%.
- C) manter seus níveis atuais de gordura.
- D) aumentar seu nível de gordura em cerca de 1%.
- E) aumentar seu nível de gordura em cerca de 27%.

10) Embora o Índice de Massa Corporal (IMC) seja amplamente utilizado, existem ainda inúmeras restrições teóricas ao uso e às faixas de normalidade preconizadas. O Recíproco do Índice Ponderal (RIP), de acordo com o modelo alométrico, possui uma melhor fundamentação matemática, já que a massa é uma variável de dimensões cúbicas e a altura, uma variável de dimensões lineares. As fórmulas que determinam esses índices são:

$IMC = \frac{\text{massa (kg)}}{[\text{altura (m)}]^2}$	$RIP = \frac{\text{altura (cm)}}{\sqrt[3]{\text{massa (kg)}}}$
---	--

Se uma menina, com 64 kg de massa, apresenta IMC igual a 25 kg/m^2 , então ela possui RIP igual a:

- A) $0,4 \text{ cm/kg}^{1/3}$
- B) $2,5 \text{ cm/kg}^{1/3}$
- C) $8 \text{ cm/kg}^{1/3}$
- D) $20 \text{ cm/kg}^{1/3}$
- E) $40 \text{ cm/kg}^{1/3}$

GABARITO:

01 - D	02 - D	03 - D	04 - E	05 - A	06 - C	07 - D	08 - A	09 - A	10 - E
--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------