APOSTILA

CURSO PREPARATÓRIO

INTENSIVO
enem
EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO

Foco
Cursos Preparatórios
A direção certa para o seu sucesso!

eutenhofoco.com.br

Prof.º RAFAEL BIASI

professor_rafabiasi

DESDE 2011
Transformando sonhos
em realidade!

MATEMÁTICA 03

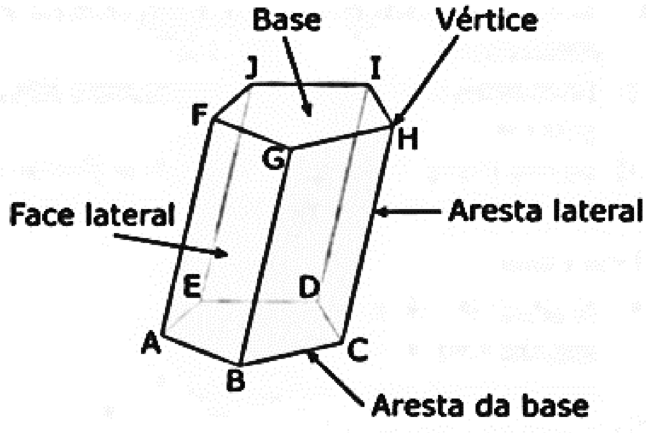
GEOMETRIA ESPACIAL: CÁLCULO DE VOLUME

PRISMAS

Prisma é um sólido construído tomando-se dois polígonos congruentes situados em planos paralelos e unindo-se os pontos desses polígonos através de segmentos paralelos. Um prisma cuja base é um polígono de n lados possui:

- $\mathbf{2}$ bases congruentes;
- n faces laterais (paralelogramos);
- $n+2$ faces;
- $3n$ arestas;
- $2n$ vértices.

A altura de um prisma é a distância entre os planos das bases. A imagem ilustra um prisma e suas partes.



O prisma será chamado triangular, quadrangular, pentagonal, etc., conforme sua base seja um triângulo, um quadrilátero, um pentágono, etc. Além dessas nomenclaturas, podemos classificar um prisma em **reto**, quando suas arestas laterais são perpendiculares aos planos das bases; ou **oblíquo**, que as arestas são oblíquas aos planos das bases. Dessa forma, um **prisma regular** é aquele cujas bases são polígonos regulares.

ÁREAS

A **área lateral** (A_L) é a soma das áreas das faces laterais. A **área total** (A_T) é a soma da área lateral com as áreas das bases. Representamos por:

$$A_T = A_L + A_B$$

$$A_T = 2 \cdot A_B + A_L$$

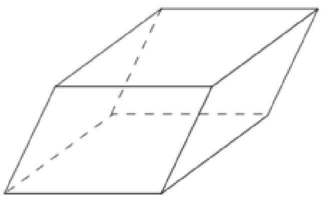
VOLUME

O **volume** de um prisma é o produto da área da base pela medida da altura. Matematicamente, temos:

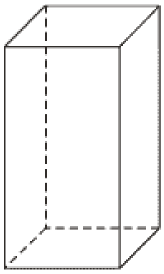
$$V = A_B \cdot h$$

PARALELEPÍPEDO

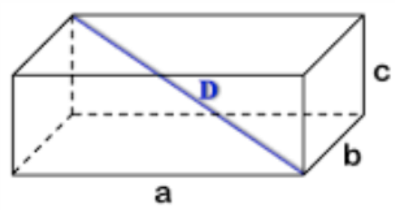
Paralelepípedo é um prisma cujas bases são paralelogramos. A superfície total de um paralelepípedo é a reunião de seus paralelogramos.



Um **paralelepípedo reto** é um prisma reto cujas bases são paralelogramos. A superfície total de um paralelepípedo reto é a reunião de quatro retângulos (faces laterais) e dois paralelogramos (bases).



Um **paralelepípedo reto-retângulo**, paralelepípedo retângulo ou ortoedro, é um prisma reto cujas bases são retangulares. A superfície total de um paralelepípedo retângulo é a reunião de seis retângulos.



$$D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

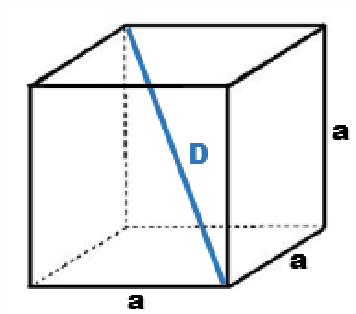
A **área** e o **volume** de um paralelepípedo podem ser reescritos da seguinte forma:

$$A_T = 2 \cdot (ab + ac + bc)$$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

CUBO

O cubo é um paralelepípedo retângulo cujas arestas são congruentes. Dado um cubo de aresta a, calcularemos sua diagonal D, sua área total A_T e seu volume V da seguinte maneira.



$$D = a\sqrt{3}$$

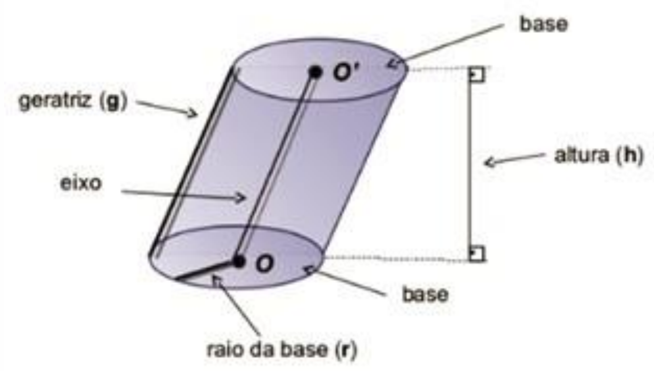
$$A_T = 6 \cdot a^2$$

$$V = a^3$$

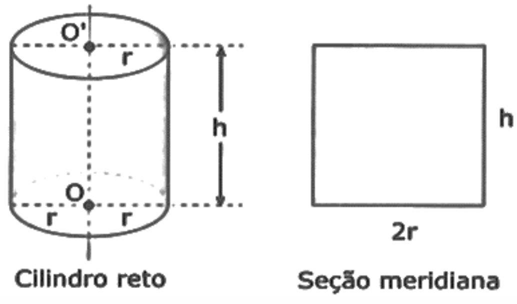
CILINDROS

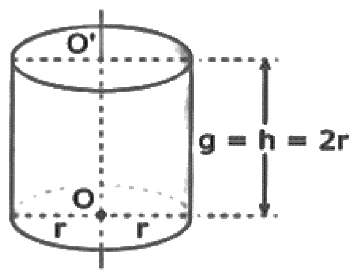
Considere dois círculos de mesmo raio, situados em dois planos paralelos, e a reta s, que passa pelos centros destes. Chama-se **cilindro circular** ou **cilindro** à reunião dos segmentos paralelos a s que unem os dois círculos. Se as geratrizes são oblíquas aos planos das bases, temos um **cilindro circular oblíquo**. Se as geratrizes são perpendiculares aos planos das bases, temos um **cilindro circular reto**. O cilindro circular reto é também chamado cilindro de revolução, pois é gerado pela rotação de um retângulo em torno de um eixo que contém um dos seus lados.

As **bases** são círculos congruentes situados em planos paralelos; o **eixo** é a reta determinada pelos centros das bases; as **geratrizes** são os segmentos, paralelos ao eixo, com extremidades nas circunferências das bases; e a **altura** é a distância h entre os planos das bases.



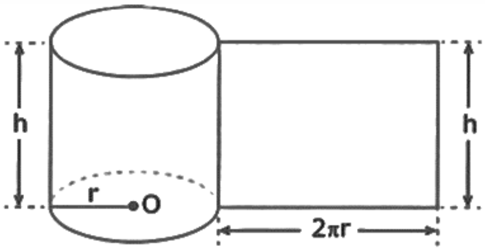
Uma **seção meridiana** é a interseção do cilindro com um plano que contém a reta OO' determinada pelos centros das bases. A seção meridiana de um cilindro é um paralelogramo, e a de um cilindro reto é um retângulo. Um **cilindro equilátero** é um cilindro cuja seção meridiana é um quadrado.





ÁREAS

Planificando a superfície lateral de um cilindro reto, obtemos um retângulo de dimensões $\boldsymbol{2\pi \cdot r}$ e $\boldsymbol{h}$. Logo, a superfície lateral de um cilindro circular reto é equivalente a um retângulo de dimensões $\boldsymbol{2\pi \cdot r}$ (comprimento da circunferência da base) e $\boldsymbol{h}$ (altura do cilindro). Portanto, a área lateral do cilindro, a área da base (área de um círculo) e a área total, são dadas por:



$$A_L = 2\pi \cdot r \cdot h$$

$$A_B = \pi \cdot r^2$$

$$A_T = 2\pi \cdot r \cdot (h + r)$$

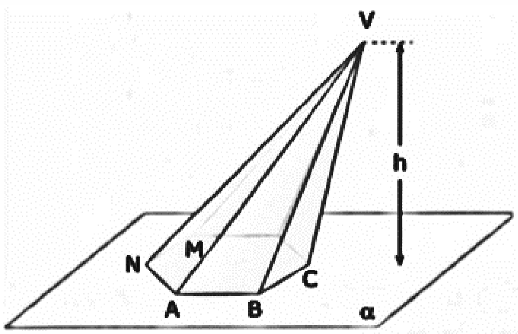
VOLUME

O volume de um cilindro é dado igualmente como o volume de um prisma, ou seja, o produto da área da base pela medida da altura, matematicamente:

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

PIRÂMIDE

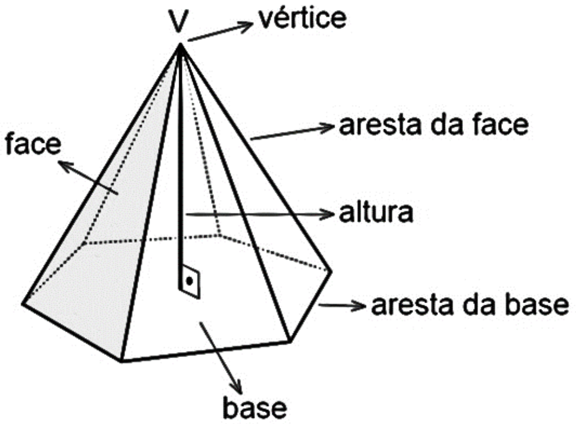
Considere um polígono convexo situado num plano $\boldsymbol{\alpha}$ e um ponto $\boldsymbol{V}$ fora de $\boldsymbol{\alpha}$. Chama-se pirâmide à reunião dos segmentos com uma extremidade em $\boldsymbol{V}$ e a outra nos pontos do polígono. Assim, $\boldsymbol{V}$ é o **vértice** da pirâmide, e o polígono $\boldsymbol{ABC \ldots MN}$ é a **base** da pirâmide.



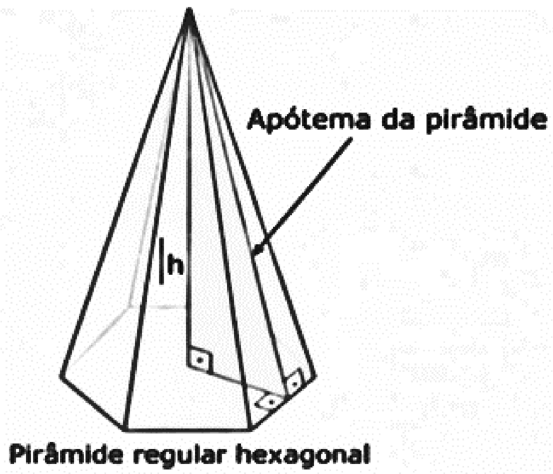
Uma pirâmide possui:

- $\boldsymbol{1}$ base;
- $\boldsymbol{n}$ faces laterais (triângulos);
- $\boldsymbol{n+1}$ faces;
- $\boldsymbol{n}$ arestas laterais;
- $\boldsymbol{2n}$ arestas;
- $\boldsymbol{n+1}$ vértices.

A altura de uma pirâmide é a distância $\boldsymbol{h}$ entre o vértice e o plano da base.

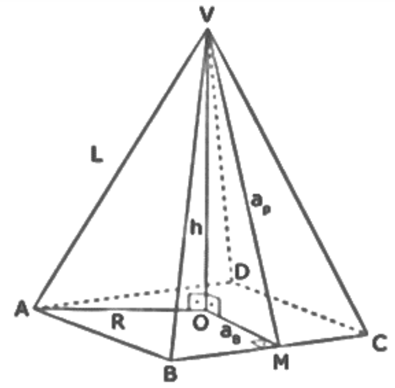


Uma pirâmide será triangular, quadrangular, pentagonal, etc., conforme sua base seja um triângulo, um quadrilátero, um pentágono, etc. **Pirâmide regular** é uma pirâmide cuja base é um polígono regular, e a projeção ortogonal do vértice sobre o plano da base é o centro da base. Numa pirâmide regular, as arestas laterais são congruentes, e as faces laterais são triângulos isósceles congruentes. Chama-se **apótema** de uma pirâmide regular à altura (relativa ao lado da base) de uma face lateral.



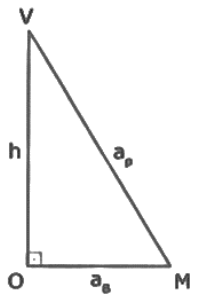
RELAÇÕES NUMA PIRÂMIDE REGULAR

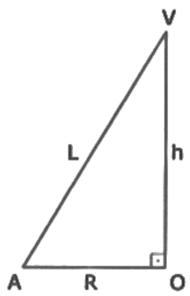
Considere a pirâmide quadrangular regular ABCDV:



- $\overline{VM}$ é o apótema (a_p) da pirâmide regular;
- $\overline{OM}$ é o apótema (a_b) da base;
- $\overline{OA}$ é o raio R da circunferência circunscrita à base;
- $\overline{VA}$ é a aresta lateral L da pirâmide;
- $\overline{VO}$ é a altura h da pirâmide.

Dos triângulos formados na figura anterior, tiramos as seguintes relações, válidas para toda pirâmide regular:





$$a_p^2 = a_b^2 + h^2$$

$$L^2 = h^2 + R^2$$

ÁREAS

Para uma pirâmide qualquer, a área lateral corresponde à soma das áreas de todas as faces laterais. Como em uma pirâmide regular as faces laterais são triângulos isósceles congruentes, para calcular a área lateral, fazemos a área de uma face lateral multiplicada pelo número de faces laterais. A área total de uma pirâmide corresponde à soma da área lateral com a área da base. Representamos por:

$$A_T = A_L + A_B$$

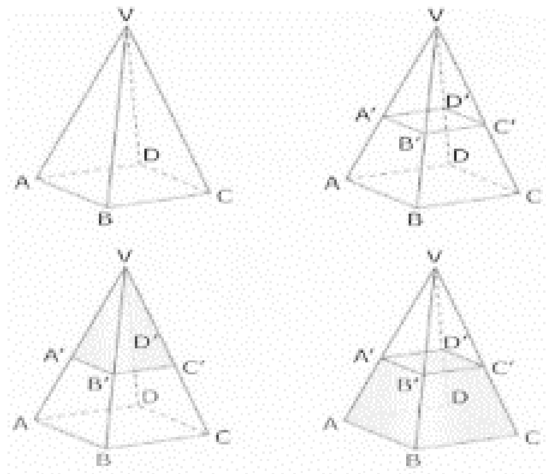
VOLUME

Seja $\boldsymbol{A_B}$ a área da base e $\boldsymbol{h}$ a altura de uma pirâmide qualquer. O volume $\boldsymbol{V}$ dessa pirâmide é:

$$\boldsymbol{V = \frac{A_B \cdot h}{3}}$$

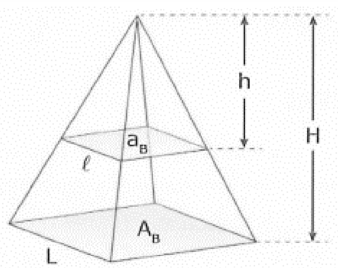
SEÇÕES

Quando seccionamos uma pirâmide por um plano paralelo à base, separamos essa pirâmide em dois sólidos. O sólido que contém o vértice é uma nova pirâmide. Já o sólido que contém a base da pirâmide é chamado **tronco de pirâmide** de bases paralelas. A nova pirâmide primitiva tem bases semelhantes, e os elementos lineares homólogos (arestas das bases, arestas laterais, alturas, etc.) são proporcionais. Assim, dizemos que elas são semelhantes.



RAZÃO DE SEMELHANÇA

Dadas duas pirâmides semelhantes, a razão entre dois elementos lineares homólogos é denominada **razão de semelhança**. Essa razão será representada por $\boldsymbol{k}$.



$$\boldsymbol{\frac{L}{l} = \frac{a}{A} = \frac{h}{H} = \cdots = k}$$

Logo, para razões entre áreas homólogas, teremos:

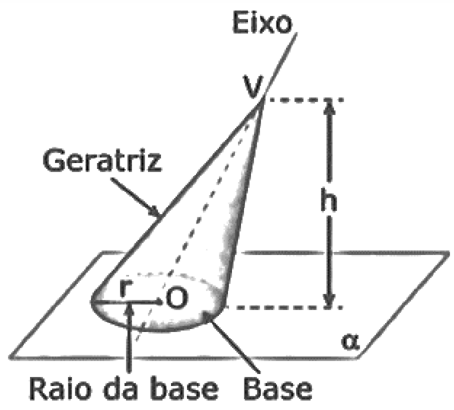
$$\left(\frac{l}{L}\right)^2 = \left(\frac{h}{H}\right)^2 = \cdots = \frac{a_B}{A_B}$$

Para razões entre volumes das pirâmides semelhantes, em que V e v são os volumes das pirâmides grande e pequena, respectivamente, teremos:

$$\left(\frac{l}{L}\right)^3 = \left(\frac{h}{H}\right)^3 = \cdots = \frac{v}{V}$$

CONES

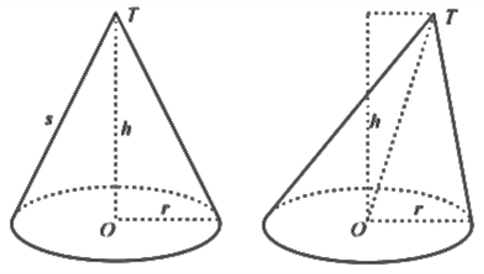
Consideremos um círculo de centro O e raio r situado num plano α e um ponto V fora dele. Chama-se **cone circular** a reunião dos segmentos de reta com uma extremidade em V e a outra no círculo.



Um cone tem como elementos:

- Base: o círculo de centro O e raio r;
- Geratrizes: os segmentos com extremidades em V e na circunferência da base;
- Vértice: o ponto V, citado anteriormente;
- Altura: a distância entre o vértice e o plano da base;
- Eixo: a reta que contém o vértice e o centro da base.

Chamaremos de superfície lateral a reunião das geratrizes e, a área dessa superfície é chamada **área lateral**, indicada por A_L. Sua superfície total é a reunião da superfície lateral com o círculo da base. A área dessa superfície é chamada **área total**, indicada por A_T. Se o eixo do cone é oblíquo ao plano da base, temos um **cone circular oblíquo**; se o eixo do cone é perpendicular ao plano da base, temos um **cone circular reto**.

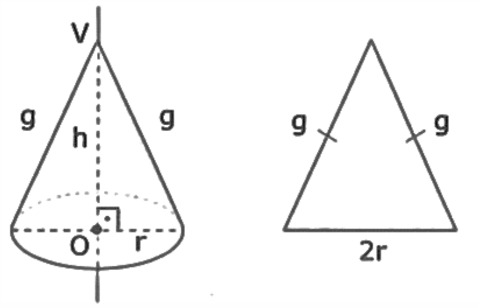


O cone circular reto é também chamado **cone de revolução**, pois é gerado pela rotação de um triângulo retângulo em torno de um eixo que contém um de seus catetos. Assim, temos a seguinte relação:

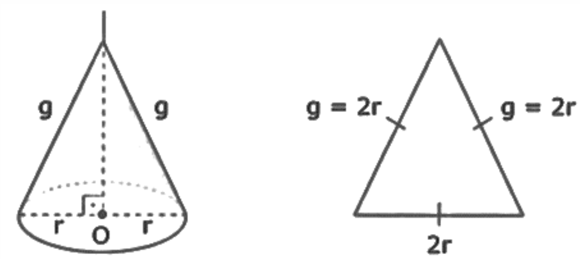
$$g^2 = h^2 + r^2$$

SEÇÕES

Seção meridiana é a interseção do cone com um plano que contém o seu eixo. A seção meridiana de um cone circular reto ou cone de revolução é um triângulo isósceles. Já em um **cone equilátero**, sua seção meridiana é um triângulo equilátero.



Cone circular reto



Cone equilátero

ÁREAS

$$A_B = \pi \cdot r^2$$

$$A_L = \pi \cdot r \cdot g$$

$$A_T = A_B + A_L = \pi \cdot r \cdot (g + r)$$

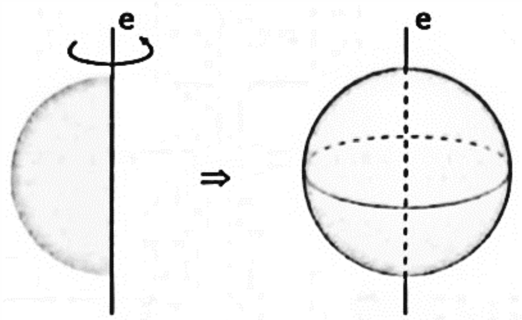
VOLUME

O volume de um cone é a terça parte do produto da área da base pela medida da altura. Matematicamente:

$$V = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$$

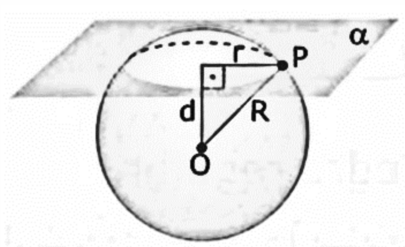
ESFERAS

Considere um ponto O e um segmento de medida R. Denomina-se **esfera** de centro O e raio R ao conjunto dos pontos P do espaço, tais que a medida OP seja menor ou igual a R. A esfera é um sólido de revolução gerado pela rotação de um semicírculo em torno do eixo que contém o diâmetro.



SEÇÃO

Toda seção plana de uma esfera é um círculo. Se o plano secante passa pelo centro da esfera, temos como seção um círculo máximo da esfera. Sendo R o raio da esfera, d a distância do plano secante ao centro e r o raio da seção, vale a relação:

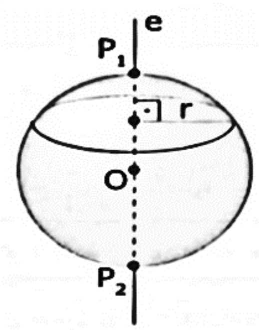


$$R^2 = r^2 + d^2$$

$$r^2 = R^2 - d^2$$

POLOS DE UMA ESFERA

Polos relativos a uma seção da esfera são as extremidades do diâmetro perpendicular ao plano dessa seção.



ÁREA

Chama-se superfície da esfera de centro $\boldsymbol{O}$ e raio $\boldsymbol{R}$ o conjunto dos pontos $\boldsymbol{P}$ do espaço, tais que a medida $\boldsymbol{OP}$ seja igual a $\boldsymbol{R}$. A área $\boldsymbol{A}$ da superfície de uma esfera de raio $\boldsymbol{R}$ é dada por:

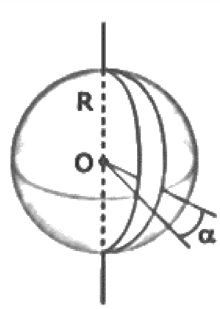
$$\boldsymbol{A = 4 \cdot \pi \cdot R^2}$$

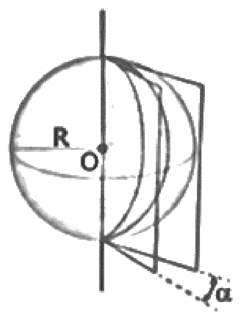
VOLUME

$$\boldsymbol{V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3}$$

FUSO ESFÉRICO

É a região da superfície da esfera compreendida entre duas semicircunferências com extremidades nos polos da esfera. O ângulo $\boldsymbol{\alpha}$, medida na seção equatorial, e o raio $\boldsymbol{R}$ da esfera caracterizam o fuso. Sendo $\boldsymbol{\alpha}$ o ângulo do fuso, temos:



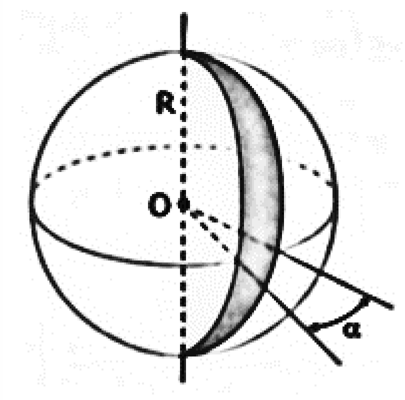


$$\boldsymbol{A_{FUSO} = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 4 \cdot \pi \cdot R^2}$$

$$\boldsymbol{A_{FUSO} = \alpha \cdot 2 \cdot R^2}$$

CUNHA ESFÉRICA

É a região da esfera compreendida entre dois semicírculos que contêm o seu diâmetro. A cunha é caracterizada pelo raio da esfera e pela medida do ângulo $\boldsymbol{\alpha}$. Sendo $\boldsymbol{\alpha}$ o ângulo da cunha, temos:



$$V_{CUNHA} = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$$

$$V_{CUNHA} = \frac{\alpha \cdot 2 \cdot R^3}{3}$$

EXERCÍCIOS DE AULA

01. (ENEM-2019) O rótulo da embalagem de um cosmético informa que a dissolução de seu conteúdo, de acordo com suas especificações, rende 2,7 litros desse produto pronto para o uso. Uma pessoa será submetida a um tratamento estético em que deverá tomar um banho de imersão com esse produto numa banheira com capacidade de 0,3 m³. Para evitar o transbordamento, essa banheira será preenchida em 80% de sua capacidade. Para esse banho, o número mínimo de embalagens desse cosmético é:

(A) 9

(B) 12

(C) 89

(D) 112

(E) 134

02. (ENEM-2017) Uma rede hoteleira dispõe de cabanas simples na ilha de Gotland, na Suécia, conforme Figura 1. A estrutura de sustentação de cada uma dessas cabanas está representada na Figura 2. A ideia é permitir ao hóspede uma estada livre de tecnologia, mas conectada com a natureza.

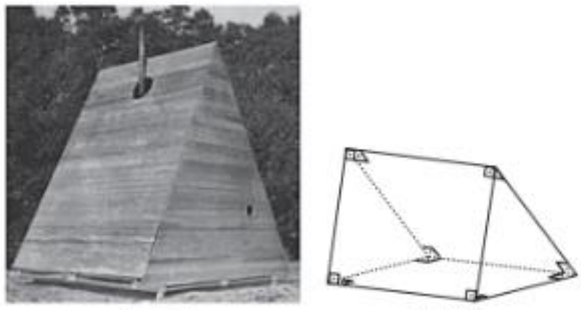


Figura 1 Figura 2

A forma geométrica da superfície cujas arestas estão representadas na Figura 2 é:

(A) tetraedro
(B) pirâmide retangular
(C) tronco de pirâmide retangular
(D) prisma quadrangular reto
(E) prisma triangular reto

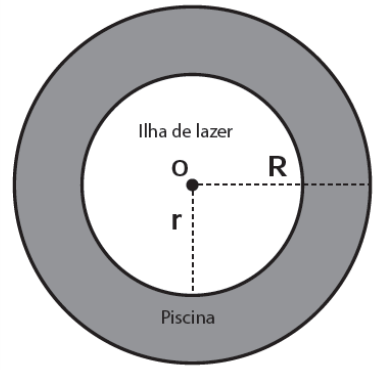
03. (ENEM-2018) Um artesão possui potes cilíndricos de tinta cujas medidas extremas são 4 cm de diâmetro e 6 cm de altura. Ele pretende adquirir caixas organizadoras para armazenar seus potes de tinta, empilhados verticalmente com tampas voltadas para cima, de forma que as caixas possam ser fechadas. No mercado, existem cinco opções de caixas organizadoras, com tampa, em formato de paralelepípedo reto retângulo, vendias pelo mesmo preço, possuindo as seguintes dimensões internas:

Modelo	Comprimento (cm)	Largura (cm)	Altura (cm)
I	8	8	40
II	8	20	14
III	18	5	35
IV	20	12	12
V	24	8	14

Qual desses modelos o artesão deve adquirir para conseguir armazenar o maior número de potes por caixa?

(A) I
(B) II
(C) III
(D) IV
(E) V

04. (ENEM-2013) Num parque aquático existe uma piscina infantil na forma de um cilindro circular reto, de 1 m de profundidade e volume igual a 12 m³, cuja base tem raio R e centro O. Deseja-se construir uma ilha de lazer seca no interior dessa piscina, também na forma de um cilindro circular reto, cuja base estará no fundo da piscina e com centro da base coincidindo com o centro do fundo da piscina, conforme a figura. O raio da ilha de lazer será r. Deseja-se que após a construção dessa ilha, o espaço destinado à água na piscina tenha um volume de, no mínimo, 4 m³.



Considere 3 como valor aproximado para π. Para satisfazer as condições dadas, o raio máximo da ilha de lazer r, em metros, estará mais próximo de

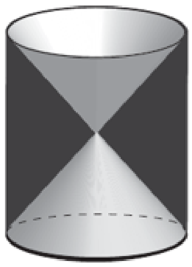
(A) 1,6
(B) 1,7
(C) 2,0
(D) 3,0
(E) 3,8

GABARITO

01 -	02 -	03 -	04 -

EXERCÍCIOS DE REVISÃO

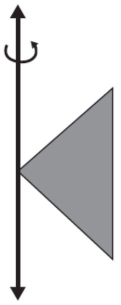
01. (ENEM-2018) A figura mostra uma anticlepsidra, que é um sólido geométrico obtido ao se retirar dois cones opostos pelos vértices de um cilindro equilátero, cujas bases coincidam com as bases desse cilindro. A anticlepsidra pode ser considerada, também, como o sólido resultante da rotação de uma figura plana em torno de um eixo.



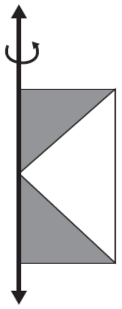
A figura plana cuja rotação em torno do eixo indicado gera uma anticlepsidra como a figura acima é:

A

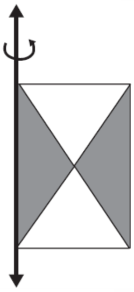
B



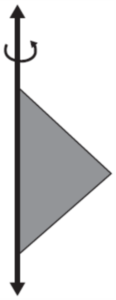
C



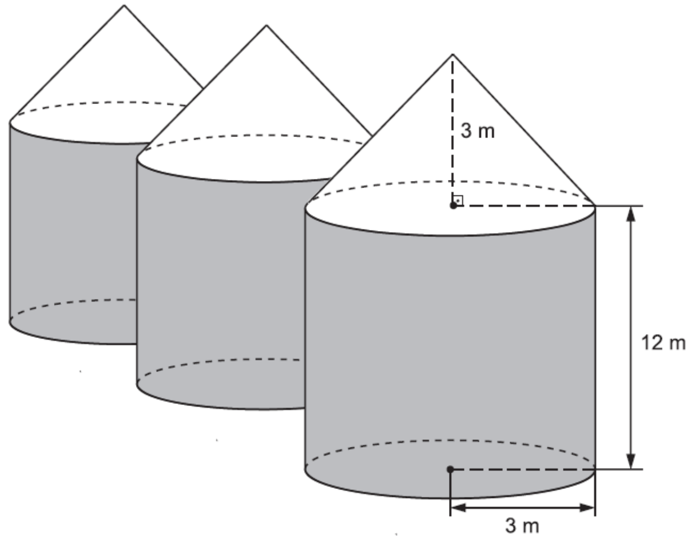
D



E



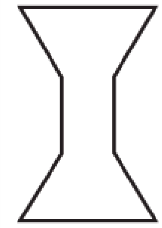
02. (ENEM-2016) Em regiões agrícolas, é comum a presença de silos para armazenamento e secagem da produção de grãos, no formato de um cilindro reto, sobreposto por um cone, e dimensões indicadas na figura. O silo fica cheio e o transporte dos grãos é feito em caminhões de carga cuja capacidade é de 20 m³. Uma região possui um silo cheio e apenas um caminhão para transportar os grãos para a usina de beneficiamento.



Utilize 3 como aproximação para π. O número mínimo de viagens que o caminhão precisará fazer para transportar todo o volume de grãos armazenados no silo é
(A) 6
(B) 16
(C) 17
(D) 18
(E) 21

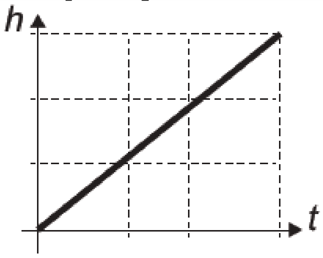
03. (ENEM-2015) Ao se perfurar um poço no chão, na forma de um cilindro circular reto, toda a terra retirada é amontoada na forma de um cone circular reto, cujo raio da base é o triplo do raio do poço e a altura é 2,4 metros. Sabe-se que o volume desse cone de terra é 20% maior do que o volume do poço cilíndrico, pois a terra fica mais fofa após ser escavada. Qual é a profundidade, em metros, desse poço?
(A) 1,44
(B) 6,00
(C) 7,20
(D) 8,64
(E) 36,00

04. (ENEM-2014) Para comemorar o aniversário de uma cidade, um artista projetou uma escultura transparente e oca, cujo formato foi inspirado em uma ampulheta. Ela é formada por três partes de mesma altura: duas são troncos de cone iguais e a outra é um cilindro. A figura é a vista frontal dessa escultura.

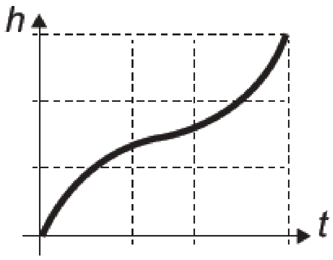


No topo da escultura foi ligada uma torneira que verte água, para dentro dela, com vazão constante. O gráfico que expressa a altura (h) da água na escultura em função do tempo (t) decorrido é:

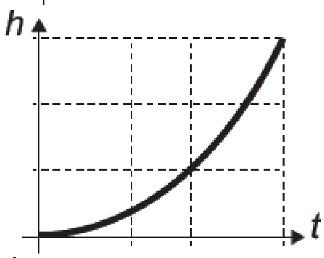
Ⓐ



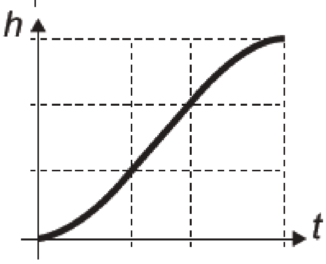
Ⓑ



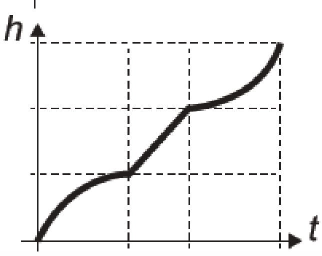
Ⓒ



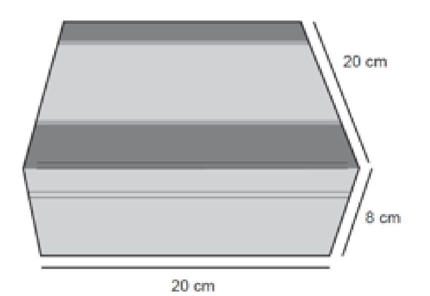
Ⓓ



Ⓔ



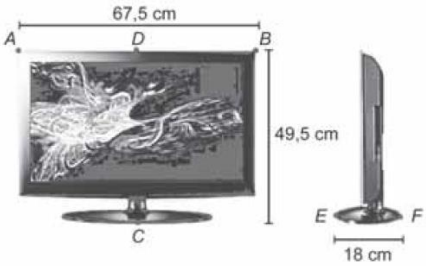
05. (ENEM-2018) Uma fábrica comercializa chocolates e uma caixa de madeira, como a da figura abaixo (20, 8, 20):



A caixa de Madeira tem as dimensões de um paralelepípedo reto retângulo, cujas dimensões externas, em centímetros, estão indicadas na figura. Sabe- se também que a espessura da madeira, em todas as suas faces, é de 0,5 cm. Qual é o volume de madeira utilizado, em cm^3, na construção de uma caixa de madeira como a descrita?

(A) 654
(B) 666
(C) 673
(D) 681
(E) 693

06. (ENEM-2018) Uma empresa especializada em embalagem de papelão recebeu uma encomenda para fabricar caixas para um determinado modelo de televisor, como o da figura.



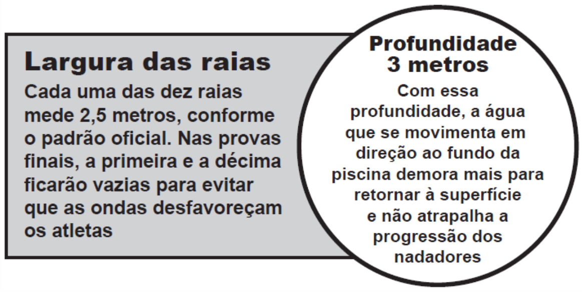
A embalagem deve deixar uma folga de 5 cm em cada uma das dimensões. Esta folga será utilizada para proteger a televisão com isopor. O papelão utilizado na confecção das caixas possui uma espessura de 0,5 cm. A empresa possui 5 protótipos de caixa de papelão, na forma de um paralelepípedo reto-retângulo, cujas medidas externas: comprimento, altura e largura, em centímetro, são respectivamente iguais a:

- Caixa 1: 68,0 x 50,0 x 18,5
- Caixa 2: 68,5 x 50,5 x 19,0
- Caixa 3: 72,5 x 54,5 x 23,0
- Caixa 4: 73,0 x 55,0 x 23,5
- Caixa 5: 73,5 x 55,5 x 24,0

O modelo de caixa de papelão que atende exatamente as medidas das dimensões especificadas é a:

(A) caixa 1
(B) caixa 2
(C) caixa 3
(D) caixa 4
(E) caixa 5

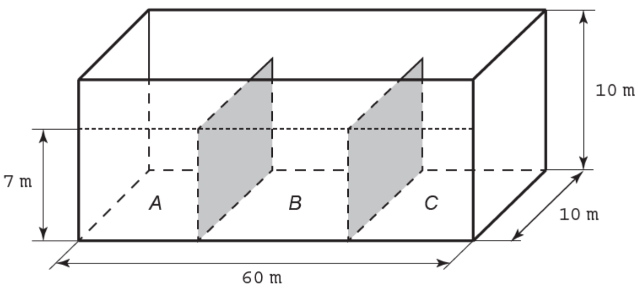
07. (ENEM-2017) Para a Olimpíada de 2012, a piscina principal do Centro Aquático de Londres, medindo 50 metros de comprimento, foi remodelada para ajudar os atletas a melhorar suas marcas. Observe duas das melhorias:



A capacidade da piscina em destaque, em metro cúbico, é igual a:
A) 3 750
(B) 1 500
(C) 1 250
(D) 375
(E) 150

08. (ENEM-2017) Uma empresa especializada em conservação de piscinas utiliza um produto para tratamento da água cujas especificações técnicas sugerem que seja adicionado 1,5 mL desse produto para cada 1000 L de água da piscina. Essa empresa foi contratada para cuidar de uma piscina de base retangular, de profundidade constante igual a 1,7 m, com largura e comprimento iguais a 3 m e 5 m, respectivamente. O nível da lâmina d'água dessa piscina é mantido a 50 cm da borda da piscina.
A quantidade desse produto, em mililitro, que deve ser adicionada a essa piscina de modo a atender às suas especificações técnicas é
(A) 11,25
(B) 27,00
(C) 28,80
(D) 32,25
(E) 49,50

09. (ENEM-2016) Um petroleiro possui reservatório em formato de um paralelepípedo retangular com as dimensões dadas por 60 m x 10 m de base e 10 m de altura. Com o objetivo de minimizar o impacto ambiental de um eventual vazamento, esse reservatório e subdividido em três compartimentos, A, B e C, de mesmo volume, por duas placas de aço retangulares com dimensões de 7 m de altura e 10 m de base, de modo que os compartimentos são interligados, conforme a figura. Assim, caso haja rompimento no casco do reservatório, apenas uma parte de sua carga vazará.



Suponha que ocorra um desastre quando o petroleiro se encontra com sua carga máxima: ele sofre um acidente que ocasiona um furo no fundo do compartimento C.

Para fins de cálculo, considere desprezíveis as espessuras das placas divisórias.

Após o fim do vazamento, o volume de petróleo derramado terá sido de

(A) $1,4 \times 10^3$ m³

(B) $1,8 \times 10^3$ m³

(C) $2,0 \times 10^3$ m³

(D) $3,2 \times 10^3$ m³

(E) $6,0 \times 10^3$ m³

10. (ENEM-2015) Uma fábrica de sorvetes utiliza embalagens plásticas no formato de paralelepípedo retangular reto. Internamente, a embalagem tem 10 cm de altura e base de 20 cm por 10 cm. No processo de confecção do sorvete, uma mistura é colocada na embalagem no estado líquido e, quando levada ao congelador, tem seu volume aumentado em 25%, ficando com consistência cremosa.

Inicialmente é colocada na embalagem uma mistura sabor chocolate com volume de 1 000 cm3 e, após essa mistura ficar cremosa, será adicionada uma mistura sabor morango, de modo que, ao final do processo de congelamento, a embalagem fique completamente preenchida com sorvete, sem transbordar. O volume máximo, em cm³, da mistura sabor morango que deverá ser colocado na embalagem é

(A) 450

(B) 500

(C) 600

(D) 750

(E) 1 000

11. (ENEM-2015) Uma carga de 100 contêineres, idênticos ao modelo apresentado na Figura 1, deverá ser descarregada no porto de uma cidade. Para isso, uma área retangular de 10 m por 32 m foi cedida para o empilhamento desses contêineres

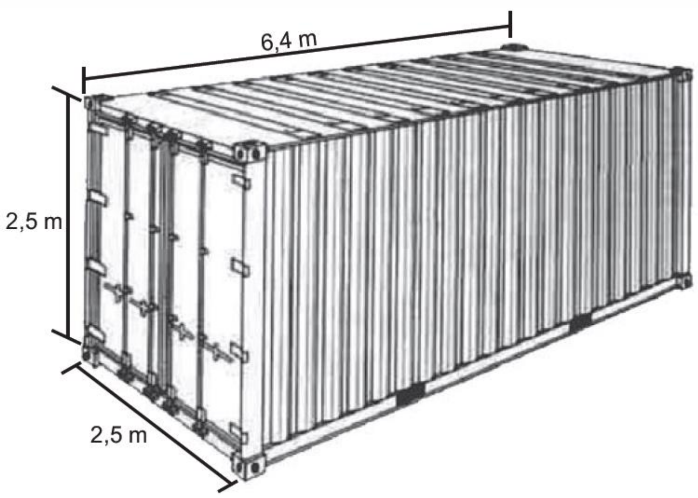


Figura 1

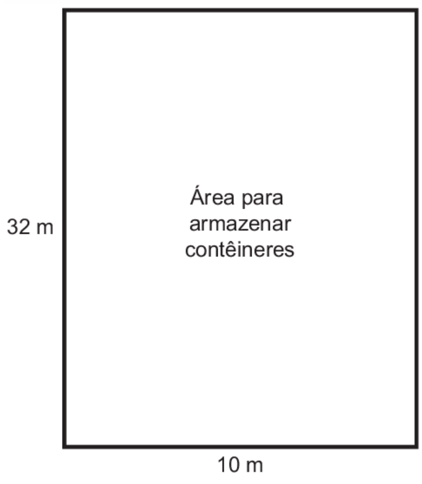


Figura 2

De acordo com as normas desse porto, os contêineres deverão ser empilhados de forma a não sobrarem espaços nem ultrapassarem a área delimitada. Após o empilhamento total da carga e atendendo à norma do porto, a altura mínima a ser atingida por essa pilha de contêineres é

(A) 12,5 m
(B) 17,5 m
(C) 25,0 m
(D) 22,5 m
(E) 32,5 m

12. (ENEM-2015) Em uma confeitaria, um cliente comprou um cupcake (pequeno bolo no formato de um tronco de cone regular mais uma cobertura, geralmente composta por um creme), semelhante ao apresentado na figura:

Como o bolinho não seria consumido no estabelecimento, o vendedor verificou que as caixas disponíveis para embalar o doce eram todas em formato de blocos retangulares, cujas medidas estão apresentadas no quadro:

Embalagem	Dimensões (comprimento × largura × altura)
I	8,5 cm × 12,2 cm × 9,0 cm
II	10 cm × 11 cm × 15 cm
III	7,2 cm × 8,2 cm × 16 cm
IV	7,5 cm × 7,8 cm × 9,5 cm
V	15 cm × 8 cm × 9 cm

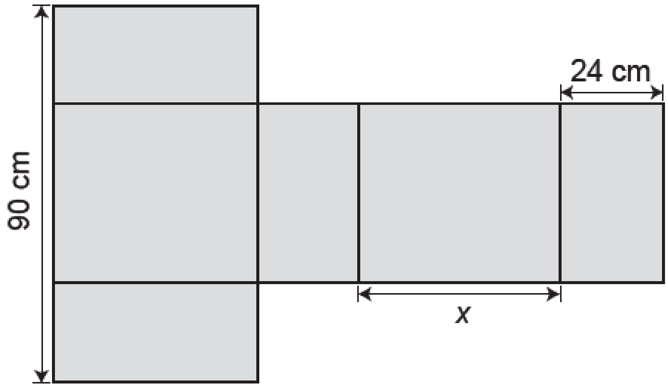
A embalagem mais apropriada para armazenar o doce, de forma a não deformá-lo e com menor desperdício de espaço na caixa, é

(A) I
(B) II
(C) III
(D) IV
(E) V

13. (ENEM-2015) Uma fábrica que trabalha com matéria-prima de fibra de vidro possui diversos modelos e tamanhos de caixa-d'água. Um desses modelos é um prisma reto com base quadrada. Com o objetivo de modificar a capacidade de armazenamento de água, está sendo construído um novo modelo, com as medidas das arestas da base duplicadas, sem a alteração da altura, mantendo a mesma forma. Em relação ao antigo modelo, o volume do novo modelo é:

(A) oito vezes maior
(B) quatro vezes maior
(C) duas vezes maior
(D) a metade
(E) a quarta parte

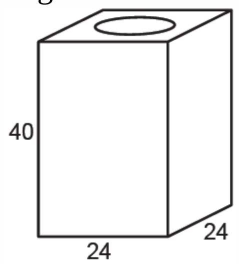
14. (ENEM-2014) Conforme regulamento da Agência Nacional de Aviação Civil (Anac), o passageiro que embarcar em voo doméstico poderá transportar bagagem de mão, contudo a soma das dimensões da bagagem (altura + comprimento + largura) não pode ser superior a 115 cm. A figura mostra a planificação de uma caixa que tem a forma de um paralelepípedo retângulo.



O maior valor possível para *x*, em centímetros, para que a caixa permaneça dentro dos padrões permitidos pela Anac é:

(A) 25
(B) 33
(C) 42
(D) 45
(E) 49

15. (ENEM-2014) Uma lata de tinta, com a forma de um paralelepípedo retangular reto, tem as dimensões, em centímetros, mostradas na figura.



Será produzida uma nova lata, com os mesmos formato e volume, de tal modo que as dimensões de sua base sejam 25% maiores que as da lata atual. Para obter a altura da nova lata, a altura da lata atual deve ser reduzida em

(A) 14,4%
(B) 20,0%
(C) 32,0%
(D) 36,0%
(E) 64,0%

16. (ENEM-2015) Para resolver o problema de abastecimento de água foi decidida, numa reunião do condomínio, a construção de uma nova cisterna. A cisterna atual tem formato cilíndrico, com 3 m de altura e 2 m de diâmetro, e estimou-se que a nova cisterna deverá comportar 81 m3 de água, mantendo o formato cilíndrico e a altura da atual. Após a inauguração da nova cisterna a antiga será desativada. Utilize 3,0 como aproximação para π. Qual deve ser o aumento, em metros, no raio da cisterna para atingir o volume desejado?

(A) 0,5
(B) 1,0
(C) 2,0
(D) 3,5
(E) 8,0

GABARITO:

01 - B	02 - D	03 - B	04 - D	05 - E	06 - A	07 - B	08 - B	09 - D	10 - C
11 - A	12 - D	13 - B	14 - E	15 - D	16 - C				