

APOSTILA

CURSO PREPARATÓRIO



eutenhofoco.com.br

Prof.º RAFAEL BIASI

 professor_rafabiasi



DESDE 2011
Transformando sonhos
em realidade!



MATEMÁTICA 02

GEOMETRIA PLANA: CÁLCULO DE ÁREA

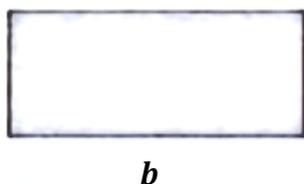
A partir de agora, nosso interesse é calcular a área de figuras planas, para tanto, vamos utilizar de algumas fórmulas específicas para cada figura. Antes de estudarmos as fórmulas que nos permitem calcular as áreas, vejamos dois conceitos importantes: **perímetro** e **semiperímetro**.

Perímetro = Soma de todos os lados

Semiperímetro = Metade do perímetro

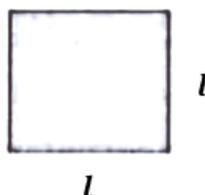
É importante salientar que, para os cálculos, sejam eles de perímetro, semiperímetro ou área, é necessário que as medições da figura em questão estejam na mesma unidade de medida.

RETÂNGULO



$$A = b \cdot h$$

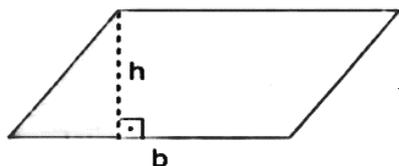
QUADRADO



$$A = l^2 \quad d = l\sqrt{2}$$

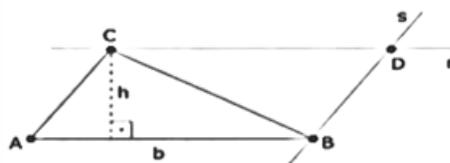
$$a = \frac{l}{2} \quad R = \frac{d}{2}$$

PARALELOGRAMO



$$A = b \cdot h$$

TRIÂNGULO



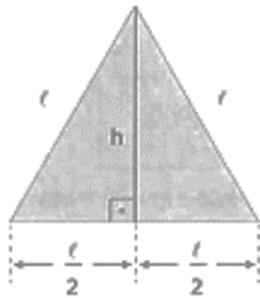
$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$A = \frac{a \cdot b \cdot c}{4R}$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \text{sen } \hat{a}$$

$$A = \sqrt{p \cdot (p - a) \cdot (p - b) \cdot (p - c)}$$

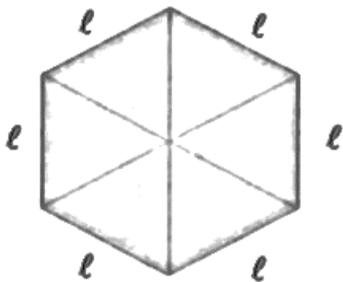
TRIÂNGULO EQUILÁTERO



$$A = \frac{l^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \quad h = \frac{l\sqrt{3}}{2}$$

$$a = \frac{1}{3} \cdot h \quad R = \frac{2}{3} \cdot h$$

HEXÁGONO REGULAR

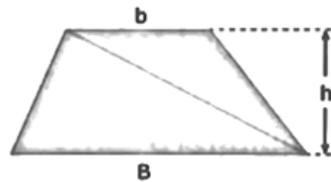


$$A = 6 \cdot \frac{l^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

$$a = h$$

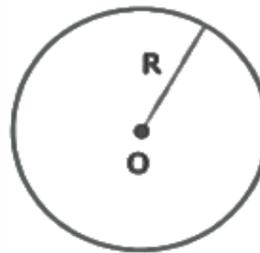
$$R = l$$

TRAPÉZIO



$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

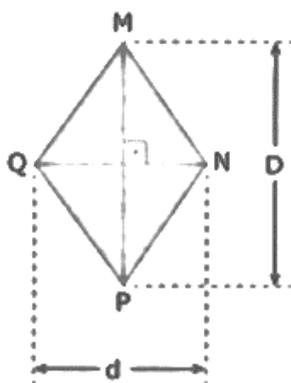
CIRCUNFERÊNCIA/CÍRCULO



$$C = 2\pi \cdot r$$

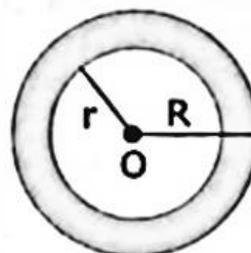
$$A = \pi \cdot R^2$$

LOSANGO



$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$

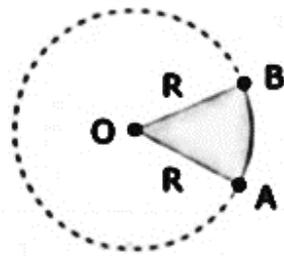
COROA CIRCULAR



$$A = A_{\text{maior}} - A_{\text{menor}}$$

$$A = \pi \cdot (R^2 - r^2)$$

SETOR CIRCULAR

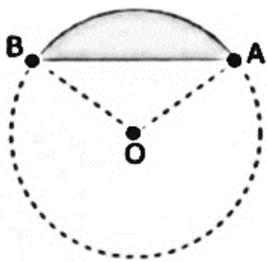


$$A = \frac{\alpha \cdot \pi \cdot R^2}{360^\circ}$$

$$A = \frac{l \cdot R}{2}$$

$$A = \frac{\beta \cdot R^2}{2}$$

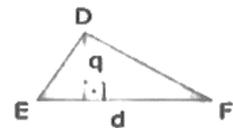
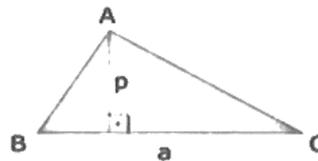
SEGMENTO CIRCULAR



$$A = A_{\text{setor}} - A_{\text{triângulo}}$$

$$A = \frac{R^2}{2} \cdot (\alpha - \text{sen } \alpha)$$

RAZÃO DE SEMELHANÇA



$$\frac{a}{d} = \frac{p}{q} = \frac{m}{n} = k$$

$$\frac{A_{\Delta ABC}}{A_{\Delta DEF}} = k^2$$

EXERCÍCIOS DE AULA

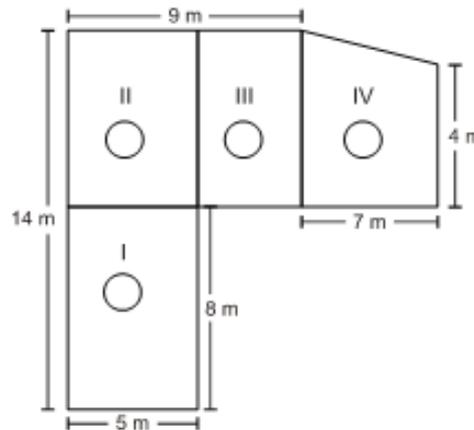
01. (ENEM-2018) Um quebra-cabeça consiste em recobrir um quadrado com triângulos retângulos isósceles, como ilustra a figura.



Uma artesã confecciona um quebra-cabeça como o descrito, de tal modo que a menor das peças é um triângulo retângulo isósceles cujos catetos medem 2 cm. O quebra-cabeça, quando montado, resultará em um quadrado cuja medida do lado, em centímetros, é:

- (A) 14
- (B) 12
- (C) 72
- (D) $6 + 4\sqrt{2}$
- (E) $6 + 2\sqrt{2}$

02. (ENEM-2012) Jorge quer instalar aquecedores no seu salão de beleza para melhor conforto dos seus clientes no inverno. Ele estuda a compra de unidades de dois tipos de aquecedores: modelo A, que consome 600 g/h (gramas por hora) de gás propano e cobre 35 m² de área, ou modelo B, que consome 750 g/h de gás propano e cobre 45 m² de área. O fabricante indica que o aquecedor deve ser instalado em um ambiente com área menor do que a da sua cobertura. Jorge vai instalar uma unidade por ambiente e quer gastar o mínimo possível com gás. A área do salão que deve ser climatizada encontra-se na planta seguinte (ambientes representados por três retângulos e um trapézio).



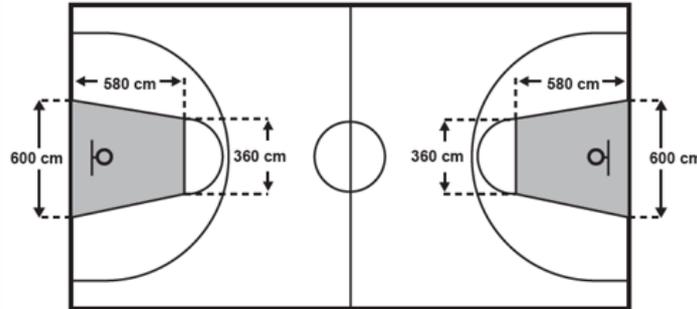
Avaliando-se todas as informações, serão necessários:

- (A) quatro unidades tipo A e nenhuma unidade tipo B.
- (B) três unidades tipo A e uma unidade tipo B.
- (C) duas unidades tipo A e duas unidades tipo B.
- (D) uma unidade tipo A e três unidades tipo B.
- (E) nenhuma unidade tipo A e quatro unidades tipo B.

03. (ENEM-2015) O prefeito de uma cidade deseja promover uma festa popular no parque municipal para comemorar o aniversário de fundação do município. Sabe-se que esse parque possui formato retangular, com 120 m de comprimento por 150 m de largura. Além disso, para segurança das pessoas presentes no local, a polícia recomenda que a densidade média, num evento dessa natureza, não supere quatro pessoas por metro quadrado. Seguindo as recomendações de segurança estabelecidas pela polícia, qual é o número máximo de pessoas que poderão estar presentes na festa?

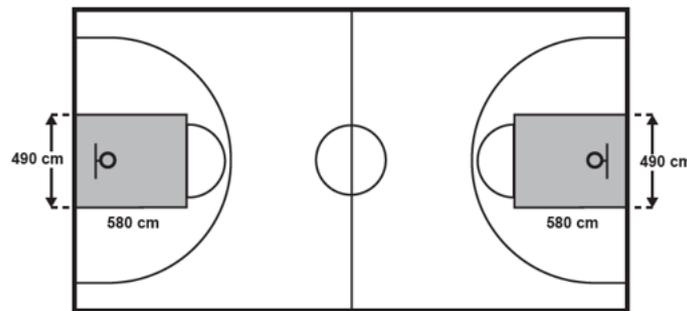
- (A) 1 000
- (B) 4 500
- (C) 18 000
- (D) 72 000
- (E) 120 000

04. (ENEM-2015) O Esquema I mostra a configuração de uma quadra de basquete. Os trapézios em cinza, chamados de garrafões, correspondem a áreas restritivas.



Esquema I: área restritiva antes de 2010

Visando atender as orientações do Comitê Central da Federação Internacional de Basquete (Fiba) em 2010, que unificou as marcações das diversas ligas, foi prevista uma modificação nos garrafões das quadras, que passariam a ser retângulos, como mostra o Esquema II.



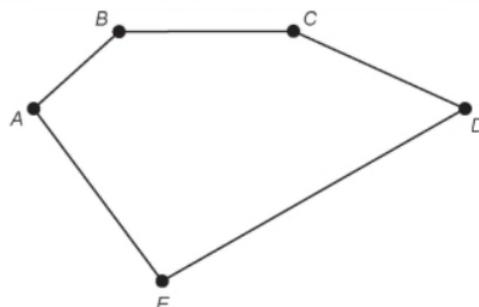
Esquema II: área restritiva a partir de 2010

Após executadas as modificações previstas, houve uma alteração na área ocupada por cada garrafão, que corresponde a um(a):

- (A) aumento de $5\ 800\text{ cm}^2$
- (B) aumento de $75\ 400\text{ cm}^2$
- (C) aumento de $214\ 600\text{ cm}^2$
- (D) diminuição de $63\ 800\text{ cm}^2$
- (E) diminuição de $272\ 600\text{ cm}^2$

05. (ENEM-2018) Uma pessoa possui um terreno em forma de um pentágono, como ilustrado na figura. Sabe-se que a diagonal AD mede 50 m e é paralela ao lado BC, que mede 29 m. A distância do ponto B a AD é de 8 m e a distância do ponto E a AD é de 20 m. A área, em metro quadrado, deste terreno é igual a:

- (A) 658
- (B) 700
- (C) 816
- (D) 1 132
- (E) 1 632



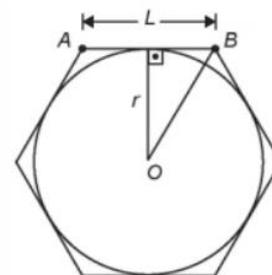
GABARITO

| | | | | |
|------|------|------|------|------|
| 01 - | 02 - | 03 - | 04 - | 05 - |
|------|------|------|------|------|

EXERCÍCIOS DE REVISÃO

01. (ENEM-2018) Um brinquedo chamado pula-pula, quando visto de cima, consiste de uma cama elástica com contorno em formato de um hexágono regular. Se a área do círculo inscrito no hexágono é 3π metros quadrados, então a área do hexágono, em metro, quadrado, é:

- (A) 9
- (B) $6\sqrt{3}$
- (C) $9\sqrt{2}$
- (D) 12
- (E) $12\sqrt{3}$



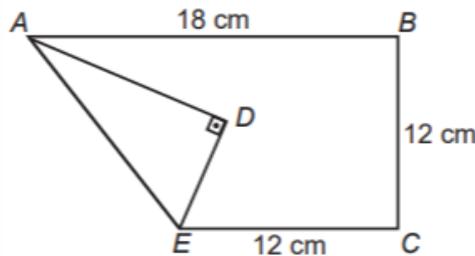
02. (ENEM-2019) Para construir uma piscina, cuja área total da superfície interna é igual a 40 m^2 , uma construtora apresentou o seguinte orçamento:

- R\$ 10 000,00 pela elaboração do projeto;
- R\$ 40 000,00 pelos custos fixos;
- R\$ 2 500,00 por metro quadrado para construção da área interna da piscina.

Após a apresentação do orçamento, essa empresa decidiu reduzir o valor de elaboração do projeto em 50%, mas recalculou o valor do metro quadrado para a construção da área interna da piscina, concluindo haver a necessidade de aumentá-lo em 25%. Além disso, a construtora pretende dar um desconto nos custos fixos, de maneira que o novo valor do orçamento seja reduzido em 10% em relação ao total inicial. O percentual de desconto que a construtora deverá conceder nos custos fixos é de:

- (A) 23,3%
- (B) 25,0%
- (C) 50,0%
- (D) 87,5%
- (E) 100,00%

03. (ENEM-2019) Construir figuras de diversos tipos, apenas dobrando e cortando papel, sem cola e sem tesoura, é a arte do *origami* (*ori* = dobrar; *kami* = papel), que tem um significado altamente simbólico no Japão. A base do *origami* é o conhecimento do mundo por base do tato. Uma jovem resolveu construir um cisne usando a técnica do *origami*, utilizando uma folha de papel de 18 cm por 12 cm. Assim, começou por dobrar a folha conforme a figura.



Após essa primeira dobradura, a medida do segmento AE é:

- (A) $2\sqrt{22}$ cm
- (B) $6\sqrt{3}$ cm
- (C) 12 cm
- (D) $6\sqrt{5}$ cm
- (E) $12\sqrt{2}$ cm

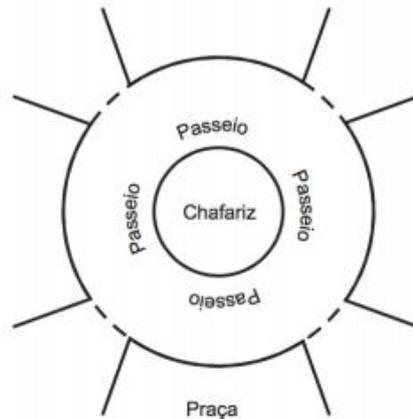
04. (ENEM-2019) Uma administração municipal encomendou a pintura de dez placas de sinalização para colocar em seu pátio de estacionamento. O profissional contratado para o serviço inicial pintará o fundo de dez placas e cobrará um valor de acordo com a área total dessas placas. O formato de cada placa é um círculo de diâmetro $d = 40$ cm, que tangencia lados de um retângulo, sendo que o comprimento total da placa é $h = 60$ cm, conforme ilustrado na figura. Use 3,14 como aproximação para π .



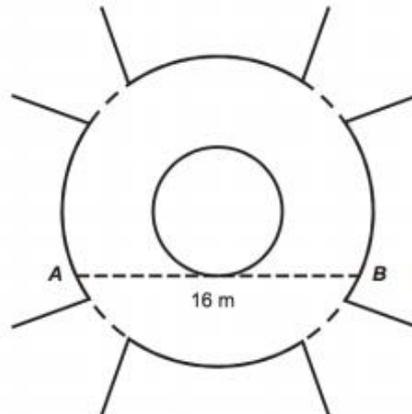
Qual é a soma das medidas das áreas, em centímetros quadrados, das dez placas?

- (A) 16 628
- (B) 22 280
- (C) 28 560
- (D) 41 120
- (E) 66 240

05. (ENEM-2018) A figura mostra uma peça circular que contém um chafariz em seu centro e, em seu entorno, um passeio. Os círculos que definem a praça e o chafariz são concêntricos.



O passeio terá seu piso revestido com ladrilhos. Sem condições de calcular os raios, pois o chafariz está cheio, um engenheiro fez a seguinte medição: esticou uma trena tangente ao chafariz, medindo a distância entre dois pontos A e B, conforme a figura. Com isso, obteve a medida do segmento de reta AB: 16 m.



Dispondo apenas dessa medida, o engenheiro calculou corretamente a medida da área do passeio, em metro quadrado. A medida encontrada pelo engenheiro foi:

- (A) 4π
- (B) 8π
- (C) 48π
- (D) 64π
- (E) 192π

06. (ENEM-2019) Em um condomínio, uma área pavimentada, que tem a forma de um círculo com diâmetro medindo 6 m, é cercada por grama. A administração do condomínio deseja ampliar essa área, mantendo seu formato circular, e aumentando, em 8 m, o diâmetro dessa região, mantendo o revestimento da parte já existente. O condomínio dispõe, em estoque, de material suficiente para pavimentar mais 100 m² de área. O síndico do condomínio irá avaliar se esse material disponível será suficiente para pavimentar a região a ser ampliada. Utilize 3 como aproximação para π . A conclusão correta a que o síndico deverá chegar, considerando a nova área a ser pavimentada, é a de que o material disponível em estoque

- (A) será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede 21 m².
- (B) será suficiente, pois a área da nova região pavimentada mede 24 m².
- (C) será suficiente, pois a área da nova região pavimentada mede 48 m².
- (D) não será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede 108 m².
- (E) não será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede 120 m².

07. (ENEM-2014) Em uma certa cidade, os moradores de um bairro carente de espaços de lazer reivindicam à prefeitura municipal a construção de uma praça. A prefeitura concorda com a solicitação e afirma que irá construí-la em formato retangular devido às características técnicas do terreno. Restrições de natureza orçamentária impõem que sejam gastos, no máximo, 180 m de tela para cercar a praça. A prefeitura apresenta aos moradores desse bairro as medidas dos terrenos disponíveis para a construção da praça:

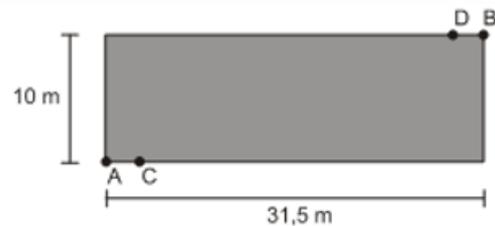
- Terreno 1: 55 m por 45 m
- Terreno 2: 55 m por 55 m
- Terreno 3: 60 m por 30 m
- Terreno 4: 70 m por 20 m
- Terreno 5: 95 m por 85 m

Para optar pelo terreno de maior área, que atenda às restrições impostas pela prefeitura, os moradores deverão escolher o terreno:

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 4
- (E) 5

08. (ENEM-2013) O proprietário de um terreno retangular medindo 10 m por 31,5 m deseja instalar lâmpadas nos pontos C e D, conforme ilustrado na figura. Cada lâmpada ilumina uma região circular de 5 m de raio. Os segmentos AC e BD medem 2,5 m. O valor em m^2 mais aproximado da área do terreno iluminada pelas lâmpadas é (aproxime $\sqrt{3}$ para 1,7 e π para 3).

- (A) 30
- (B) 34
- (C) 50
- (D) 61
- (E) 69



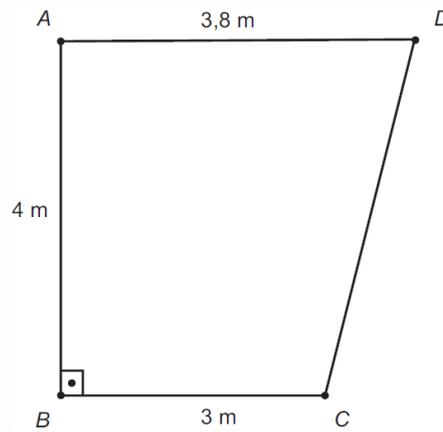
09. (ENEM-2013) A cerâmica constitui-se em um artefato bastante presente na história da humanidade. Uma de suas várias propriedades é a retração (contração), que consiste na evaporação da água existente em um conjunto ou bloco cerâmico quando submetido a uma determinada temperatura elevada. Essa elevação de temperatura, que ocorre durante o processo de cozimento, causa uma redução de até 20% nas dimensões lineares de uma peça. Suponha que uma peça, quando moldada em argila, possuía uma base retangular cujos lados mediam 30 cm e 15 cm. Após o cozimento, esses lados foram reduzidos em 20%. Em relação à área original, a área da base dessa peça, após o cozimento, ficou reduzida em:

- (A) 4%
- (B) 20%
- (C) 36%
- (D) 64%
- (E) 96%

10. (ENEM-2017) Um fabricante recomenda que, para cada m^2 do ambiente a ser climatizado, são necessários 800 BTU/h, desde que haja até duas pessoas no ambiente. A esse número devem ser acrescentados 600 BTU/h para cada pessoa a mais, e também para cada aparelho eletrônico emissor de calor no ambiente. A seguir encontram-se as cinco opções de aparelhos desse fabricante e suas respectivas capacidades térmicas:

- Tipo I: 10 500 BTU/h
- Tipo II: 11 000 BTU/h
- Tipo III: 11 500 BTU/h
- Tipo IV: 12 000 BTU/h
- Tipo V: 12 500 BTU/h

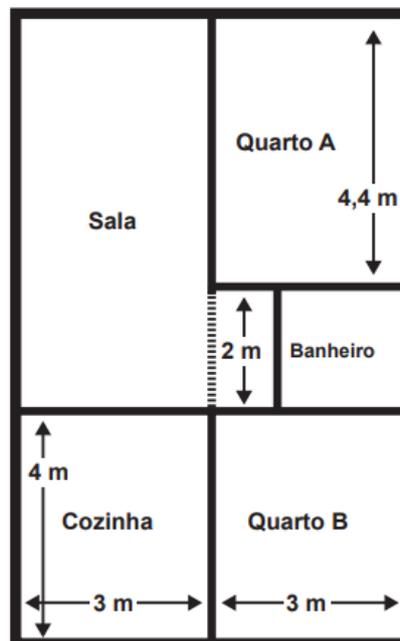
O supervisor de um laboratório precisa comprar um aparelho para climatizar o ambiente. Nele ficarão duas pessoas mais uma centrífuga que emite calor. O laboratório tem forma de trapézio retângulo, com as medidas apresentadas na figura.



Para economizar energia, o supervisor deverá escolher o aparelho de menor capacidade térmica que atenda às necessidades do laboratório e às recomendações do fabricante. A escolha do supervisor recairá sobre o aparelho do tipo:

- (A) I
- (B) II
- (C) III
- (D) IV
- (E) V

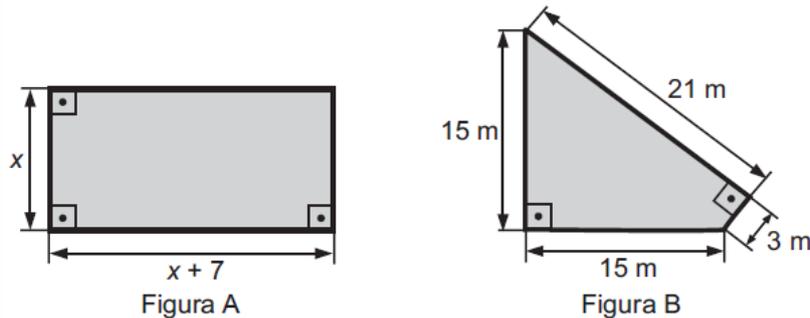
11. (ENEM-2017) A figura traz o esboço da planta baixa de uma residência. Algumas medidas internas dos cômodos estão indicadas. A espessura de cada parede externa da casa é 0,20 m e das paredes internas, 0,10 m.



Sabe-se que, na localidade onde se encontra esse imóvel, o Imposto Predial Territorial Urbano (IPTU) é calculado conforme a área construída da residência. Nesse cálculo, são cobrados R\$ 4,00 por cada metro quadrado de área construída. O valor do IPTU desse imóvel, em real, é

- (A) 250,00
- (B) 250,80
- (C) 258,64
- (D) 276,48
- (E) 286,00

12. (ENEM-2016) Um senhor, pai de dois filhos, deseja comprar dois terrenos, com áreas de mesma medida, um para cada filho. Um dos terrenos visitados já está demarcado e, embora não tenha um formato convencional (como se observa na Figura B), agradou ao filho mais velho e, por isso, foi comprado. O filho mais novo possui um projeto arquitetônico de uma casa que quer construir, mas, para isso, precisa de um terreno na forma retangular (como mostrado na Figura A) cujo comprimento seja 7 m maior do que a largura.



Para satisfazer o filho mais novo, esse senhor precisa encontrar um terreno retangular cujas medidas, em metro, da largura e do comprimento sejam iguais, respectivamente, a

- (A) 7,5 e 14,5
- (B) 9,0 e 16,0
- (C) 9,3 e 16,3
- (D) 10,0 e 17,0
- (E) 13,5 e 20,5

13. (ENEM-2015) O banheiro de uma escola pública, com paredes e piso em formato retangular, medindo 5 metros de largura, 4 metros de comprimento e 3 metros de altura, precisa de revestimento no piso e nas paredes internas, excluindo a área da porta, que mede 1 metro de largura por 2 metros de altura. Após uma tomada de preços com cinco fornecedores, foram verificadas as seguintes combinações de azulejos para as paredes e de lajotas para o piso, com os preços dados em reais por metro quadrado, conforme a tabela.

| Fornecedor | Azulejo (R\$/m ²) | Lajota (R\$/m ²) |
|------------|-------------------------------|------------------------------|
| A | 31,00 | 31,00 |
| B | 33,00 | 30,00 |
| C | 29,00 | 39,00 |
| D | 30,00 | 33,00 |
| E | 40,00 | 29,00 |

Desejando-se efetuar a menor despesa total, deverá ser escolhido o fornecedor

- (A) A
- (B) B
- (C) C
- (D) D
- (E) E

14. (ENEM-2014) Um carpinteiro fabrica portas retangulares maciças, feitas de um mesmo material. Por ter recebido de seus clientes pedidos de portas mais altas, aumentou sua altura em $\frac{1}{8}$, preservando suas espessuras. A fim de manter o custo com o material de cada porta, precisou reduzir a largura. A razão entre a largura da nova porta e a largura da porta anterior é

- (A) $\frac{1}{8}$
- (B) $\frac{7}{8}$
- (C) $\frac{8}{7}$
- (D) $\frac{8}{9}$
- (E) $\frac{9}{8}$

15. (ENEM-2018) Uma empresa de construção comprou um terreno de formato retangular por R\$ 700 000,00. O terreno tem 90 m de comprimento e 240 m de largura. O engenheiro da empresa elaborou três projetos diferentes para serem avaliados pela direção da construtora, da seguinte maneira:

- Projeto 1: dividir o terreno em lotes iguais de 45 m x 10 m, sem ruas entre os lotes, e vender cada lote por R\$ 23 000,00;
- Projeto 2: dividir o terreno em lotes iguais de 20 m x 30 m, deixando entre lotes ruas de 10 m de largura e 240 m de comprimento, e vender cada lote por R\$ 35 000,00;
- Projeto 3: dividir o terreno em lotes iguais de 35 m x 20 m, deixando entre lotes ruas de 20 m de largura e 240 m de comprimento, e vender cada lote por R\$ 45 000,00.

A direção da empresa decidiu dividir o terreno e utilizar o projeto que permitirá o maior lucro, sendo que este será igual ao valor obtido pela venda dos lotes, menos o valor da compra do terreno. Nesse caso, o lucro da construtora, em real, será de:

- (A) 380 000,00
- (B) 404 000,00
- (C) 1 104 000,00
- (D) 1 120 000,00
- (E) 1 460 000,00

GABARITO:

| | | | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 01 - B | 02 - D | 03 - D | 04 - B | 05 - D | 06 - E | 07 - C | 08 - D | 09 - C | 10 - C |
| 11 - E | 12 - B | 13 - D | 14 - D | 15 - B | | | | | |